

# CIGI QUALITA 2019

## Comparaison de modèles de demande et de consommation de produits

COREY DUCHARME<sup>1,2</sup>, BRUNO AGARD<sup>1,2</sup>, MARTIN TRÉPANNIER<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire en Intelligence des Données,  
Département de mathématiques et génie industriel,  
École Polytechnique de Montréal, CP 6079, succursale Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada  
corey.ducharme@polymtl.ca, bruno.agard@polymtl.ca, martin.trepanier@polymtl.ca

<sup>2</sup> Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'Entreprise, la Logistique et le Transport (CIRRELT)

---

**Résumé** – Dans la gestion collaborative de la chaîne logistique, l'information sur la consommation de produits est partagée le long de la chaîne logistique. Cette information peut ne pas être disponible à tous les membres. Pour remédier à ce manque, plusieurs modèles ont été élaborés qui utilisent et traitent différentes sources d'information pour ensuite effectuer des prévisions. Récemment, ces modèles sont utilisés dans le but d'inférer la consommation de produit en aval à partir de la demande perçue en amont. Les études de cas sur la performance et l'optimalité des paramètres de ces méthodes sont rares. Cet article présente une comparaison des modèles ADIDA – SMA, ADIDA – EMA et Croston pour la modélisation de la consommation de produit en partenariat avec un fournisseur de matière première qui possède des données de télémétrie de la consommation de produit chez ces clients. Le modèle ADIDA – SMA, qui est optimisé sur les séries de la consommation réelle, est optimal pour 91% des clients étudiés. Le modèle Croston, qui est appliqué sans optimisation, n'a en moyenne que 15% d'erreur supplémentaire relative à l'optimal. Deux profils de consommation, *statique* et *dynamique*, sont présentés ayant chacun des problématiques différentes pour leur modélisation.

**Abstract** – In collaborative supply chain management, information on product consumption is shared all along the supply chain. However, this information may not be available to all members. To remedy this missing data, many models were elaborated which make use of and treat different sources of information to then make predictions. Recently, these models have also been used to infer the consumption of products at the end of the supply chain based on perceived demand at the beginning. Empirical case studies on the performance and the optimal parameters of these methods are rare. This article presents a comparison of the ADIDA – SMA, ADIDA – EMA and Croston models for modeling product consumption in partnership with a raw goods supplier who possesses telemetry readings of its client's product consumption. The ADIDA – SMA model, which is optimized on the real consumption time series, is the optimal model for 91% of the clients studied. The Croston model, applied without an optimization step, has on average only 15% higher error relative to the optimal model. Two consumption profiles, *static* and *dynamic*, are presented both presenting different challenges for the modeling procedure.

**Mots clés** – Demande intermittente, Séries temporelles, Consommation

**Keywords** – Intermittent demand, Time series, Consumption

---

### 1 INTRODUCTION

Pour tenter de minimiser les coûts de gestion de la chaîne logistique, des prévisions précises de la demande sont nécessaires [Rexhausen et al., 2012]. Ces prévisions, à leur tour, nécessitent de l'information exacte sur les membres de la chaîne logistique. Dans certains modèles de collaboration de la gestion de la chaîne logistique, le problème des prévisions est évité en partageant le long de la chaîne logistique l'information sur la consommation du produit en aval. Or, cette information peut ne pas être disponible dû à un manque de collaboration entre les membres. Souvent, on voit les autres membres de la chaîne logistique substituer cette information manquante par l'information disponible mesurée sur les membres en amont, en particulier : l'historique de transaction. Cependant, cette substitution de l'information engendre d'autres problèmes puisque les séries temporelles des transactions peuvent

contenir beaucoup de bruit et avoir un comportement intermittent [Murray et al., 2018].

Historiquement, des modèles de traitement de ces séries bruitées et intermittentes ont été étudiés dans le but d'améliorer la prévision de la demande. Récemment, nous observons aussi le courant de pensée qui promeut l'utilisation de ces mêmes modèles pour modéliser directement le lien entre la demande et la consommation dans la chaîne logistique [Murray et al., 2018]. Cependant, les études empiriques sont rares [Syntetos et al., 2016] puisque ceux-ci nécessitent l'information complète sur la demande et la consommation des différents partenaires le long de la chaîne logistique.

L'intérêt de cette modélisation du lien entre la demande et la consommation de est qu'elle pourrait servir à l'industrie en cas de manque d'information sur la consommation réelle des membres de la chaîne logistique. De plus, on pourrait penser à remplacer

l'information bruitée de la demande par la série de consommation convertie avec le modèle.

Cet article étudie cette problématique en présentant l'analyse comparative de trois modèles de conversion ADIDA – SMA, ADIDA – EMA et Croston sur une étude de cas où le partenaire industriel possède des données granulaires et exactes sur la consommation de produit et l'historique des livraisons de ses clients.

Le reste de l'article est divisé comme suit : la 2 section présente l'état de l'art sur la demande intermittente et la modélisation de la demande et de la consommation ; puis, la méthodologie pour faire l'analyse comparative des modèles de la demande et de la consommation est développé à la section 3 ; la section 4 montre le cas d'application de notre méthodologie ; et finalement, une conclusion sur les perspectives de ces méthodes est discutée à la section 5.

## 2 ÉTAT DE L'ART

Dans notre état de l'art, nous présentons la demande intermittente, sa définition et ses problématiques. Puis, à la section 2.2, nous présentons la modélisation de la demande et de la consommation. Cette modélisation tente de résoudre la problématique de manque d'information de la consommation dans la chaîne logistique surtout dans un contexte où la demande initiale est intermittente.

### 2.1 Demande intermittente

La demande intermittente est une problématique de la gestion de la chaîne logistique lorsque les séries temporelles de demande ont un comportement intermittent. Une série temporelle intermittente est une série temporelle qui a plusieurs vraies observation nulle (à ne pas confondre avec des valeurs manquantes) ainsi la série peut difficilement être modélisée avec les représentations usuelles (MA, AR).

Le concept de la demande intermittente a été étudié pour la première fois dans la littérature par [Croston, 1972]. Dans son article, il constate que l'utilisation de la méthode de lissage exponentielle sur des séries intermittentes de la demande met plus de poids sur les dernières observations. Ceci cause la méthode à être biaisée lors de la présence de nombreuses périodes à demande nulle. Ce phénomène causait des problèmes au niveau de la prévision et la gestion de stock. En effet, lorsqu'il n'y avait pas de demande pour un produit pendant une longue période de temps, les prévisions pour ce produit par lissage exponentiel devenaient nulles. Donc, lorsque finalement la demande pour un produit se matérialisait l'inventaire ne pouvait pas répondre à la demande.

Suite à la publication de l'article de [Croston, 1972], il fallut attendre plusieurs années avant qu'une étude systématique des mécanismes qui causent de la demande intermittente se fasse. Au niveau de la caractérisation de la demande intermittente, il y a la classification selon deux axes : la fréquence entre les livraisons et la variabilité dans la quantité de [Syntetos, 2001; Syntetos et al., 2005]. Cinq sources de l'intermittence des données ont été étudiées par [Bartezzaghi et al., 1999] : le nombre et l'hétérogénéité des clients ainsi que la fréquence, la variété et la corrélation des livraisons, dans plusieurs secteurs industriels. À la suite de cette étude systématique, les séries intermittentes ont été identifiées dans plusieurs autres industries [Mukhopadhyay et al., 2012].

La demande intermittente demeure toujours un problème ouvert dans la gestion de la chaîne logistique [Syntetos et al., 2016].

### 2.2 La modélisation de la demande et de la consommation

Le but de la modélisation de la demande et de la consommation est de déterminer le lien entre ces deux séries suivant l'hypothèse que les séries de la consommation peuvent être inférées à partir des séries de la demande pour ensuite être utilisées dans la gestion de la chaîne logistique [Ducharme et al., 2017; Murray et al., 2018]. Ce problème est important surtout dans le contexte où l'information sur la consommation est manquante dans un système de collaboration sur la chaîne logistique.

Les trois modèles présentés dans cette section n'ont pas tous vu le jour dans cette branche de recherche, mais seront adaptés dans notre méthodologie pour la modélisation puisque ces modèles ont été conçus au lissage et au travail sur les séries intermittentes de la demande.

#### 2.2.1 ADIDA

La transformation de série temporelle par agrégation et désagrégation est une transformation permettant de changer la temporalité d'une série temporelle. Ainsi, il est possible par exemple de passer d'une série mensuelle à une série journalière ou l'inverse. Cette approche est très attirante pour l'analyse de séries temporelles intermittentes, puisqu'elle permet de transformer une série intermittente en série temporelle standard. Ainsi, les méthodes de prévision pour les séries standard peuvent être utilisées sur le problème.

Nous notons deux types d'agrégations temporelles : avec chevauchement et sans chevauchement. Dans l'agrégation sans chevauchement, la méthode agrège en décomposant la série initiale en blocs de mêmes tailles, par exemple des blocs de taille 4 pour passer de 16 semaines à 4 mois. L'agrégation sans chevauchement peut produire une série dont la longueur finale est inférieure à la série initiale puisque le niveau d'agrégation n'est pas nécessairement un diviseur de la longueur de la série. Par exemple, pour une série de longueurs 21 et un niveau d'agrégation de 5, la série finale aura une longueur de 20. Puisque la série agrégée est en 4 blocs de 5. Le choix de la valeur qui n'est pas considérée (initiale ou finale) est selon l'implémentation de la méthode.

Dans l'agrégation avec chevauchement, la méthode ressemble beaucoup à une moyenne mobile, où chaque nouvelle réalisation prend une nouvelle valeur dans la série et laisse tomber la dernière. Dans le domaine des séries intermittentes, [Nikolopoulos et al., 2011] propose un modèle général de transformation de la temporalité des séries temporelles. Il nomme ce modèle ADIDA (*Aggregate-Disaggregate Intermittent Demand Approach*). Le modèle ADIDA est général dans sa formulation et permet à l'utilisateur de définir lui-même les fonctions d'agrégation, de désagrégation et de prévision [Spithourakis et al., 2012]. En plus d'améliorer les prévisions, la méthode ADIDA permet aussi une amélioration de la gestion de stock [Babai et al., 2012]. La méthode ADIDA peut aussi servir comme méthode de lissage pour diminuer le bruit dans les séries temporelles bruitées [Murray et al., 2018]. Notons que ce lissage est aussi un des désavantages de la méthode puisqu'un lissage excessif et une diminution du nombre d'observations causent une perte d'information [Spithourakis et al., 2012].

[Rostami - Tabar et al., 2013] ont déterminé les valeurs d'agrégation théoriquement optimales du modèle ADIDA, mais seulement lorsque le comportement de la série temporelle est AR ou MA. Or, lorsque la série temporelle ne peut pas être modélisée avec ces modèles simples, comme dans le contexte de la demande

intermittente, il devient nécessaire de déterminer empiriquement les meilleurs paramètres pour effectuer l'agrégation et la désagrégation [Nikolopoulos et al., 2011].

### 2.2.2 Croston

Pour résoudre le problème de biais dans l'application de la méthode de lissage exponentiel sur les séries temporelles intermittentes, [Croston, 1972] propose la méthode suivante. On décompose la série temporelle de la demande intermittente en deux séries temporelles différentes : une série avec les demandes non nulles ( $z_t$ ) et une série avec l'intervalle interdemande ( $x_t$ ). Sur ces deux séries, il effectue une prévision par lissage exponentiel simple (*simple exponential smoothing*) (SES). Le ratio de la demande sur l'intervalle interdemande est la prévision. Cette méthode est présentée dans les équations (1-4).

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_{t-1} \quad (1)$$

(1) est l'équation du lissage exponentiel simple.  $\alpha \in [0,1]$  est le paramètre de lissage. La formule de Croston pour la prévision est

$$\hat{y}_t = \hat{Z}_t / \hat{X}_t \quad (2)$$

où  $\hat{Z}_t$  et  $\hat{X}_t$  sont les prévisions par SES de la série avec les demandes non-nulles ( $z_t$ ) et la série avec l'intervalle interdemande ( $x_t$ ) déterminées par les équations (3) et (4) respectivement.

$$\hat{Z}_t = \alpha z_t + (1 - \alpha)\hat{Z}_{t-1} \quad (3)$$

$$\hat{X}_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)\hat{X}_{t-1} \quad (4)$$

Deux corrections ont été apportées à la méthode de Croston pour corriger le biais dans l'estimation des paramètres : l'approximation de Syntetos-Boylan (SBA) [Syntetos et Boylan, 2005] et Shale-Boylan-Johnston (SBC) [Shale et al., 2006].

### 2.2.3 ASACT

Le modèle ASACT (*Aggregate, Smooth, Aggregate, Convert to Time-series*) a été proposé comme modèle de conversion par [Murray et al., 2018]. Le modèle ASACT a pour étapes l'agrégation de la série temporelle de la demande à la journée, suivie d'un lissage par la méthode de Croston et finalement une agrégation à l'échelle mensuelle. La méthode ASACT offre de meilleurs résultats comparativement aux méthodes d'agrégation directe, le lissage exponentiel, la méthode de Croston et le modèle ADIDA simple. Explique un peu plus.

## 3 METHODOLOGIE

Notre objectif est de comparer la performance de différents modèles de conversion de séries temporelle de la demande en série de la consommation, sur un cas industriel réel. Notre analyse est effectuée dans un contexte idéal où toute l'information historique d'un client est connue au niveau de ses livraisons et de sa consommation de produit dans le temps. Ainsi, les paramètres optimaux du modèle peuvent être déterminés pour chaque client en choisissant le modèle qui minimise l'erreur entre la vraie série de consommation et la série convertie.

Nous travaillons avec des paires de séries temporelles pour chaque client, une série pour son historique de livraisons et une série pour sa consommation. Dans le reste de cet article, nous nommons la série des livraisons par la série de la demande (le standard dans la littérature), la série de la consommation observée réellement chez le client par la série de la consommation réelle.

Les séries temporelles possèdent le même niveau d'agrégation temporelle. Remarque, ce niveau d'agrégation des séries

temporelles n'est pas proscrit et peut être adapté selon le contexte et les données industrielles. La méthodologie suit deux étapes.

Premièrement, les modèles de conversion ADIDA – SMA, ADIDA – EMA et Croston sont appliqués successivement pour chaque client. Pour déterminer les paramètres optimaux d'un modèle, le modèle de conversion est appliqué naïvement à répétition sur l'entièreté de l'espace des états permis par ses paramètres. La série produite par un modèle de conversion est nommée la série de la consommation calculée.

Deuxièmement, le calcul d'erreur est effectué entre la série de consommation réellement observée chez le client et la série de la consommation calculée pour chaque application du modèle. Puisque les différents modèles peuvent produire des séries de différentes longueurs selon leur paramètre, les séries temporelles converties sont ramenées à l'intervalle temporel de la plus courte série calculée. Le modèle qui minimisera l'erreur pour un client est l'optimal pour ce client.

### 3.1 Modèles de conversion

Trois modèles de conversion sont retenus pour notre analyse comparative. Le modèle ADIDA – SMA, le modèle ADIDA – EMA et la méthode de Croston. Les modèles suivent les bases théoriques décrites dans l'état de l'art. Les détails et particularités de l'application des méthodes sont décrits dans les sections suivantes.

Comme expliqué dans l'état de l'art, l'application d'un modèle de conversion basé sur le formalisme ADIDA peut générer une série de longueurs inférieures à la série initiale. Ainsi, suivant l'application des modèles de conversion. Les séries résultantes sont ramenées à l'intervalle temporel de la série de la plus petite longueur.

Notons que la méthode ASACT n'est pas retenue dans notre méthodologie puisque le cas d'application que nous allons présenter rend la méthode redondante avec le modèle de Croston. En effet, si le niveau de temporalité des séries de départ et des séries résultantes est identique, la méthode ASACT revient à l'application de la méthode de Croston.

#### 3.1.1 ADIDA – SMA

Le premier modèle de conversion est l'implémentation du modèle ADIDA et utilise comme poids lors de la désagrégation la moyenne mobile simple. Il sera noté par l'acronyme SMA. Le SMA possède un seul paramètre : le niveau d'agrégation et de désagrégation  $n$ . Les poids pour la désagrégation SMA sont tout simplement  $n$  poids de valeur  $1/n$ . Lorsqu'indiqué, le niveau d'agrégation et de désagrégation suivra l'acronyme SMA entre parenthèses. Par exemple, le modèle SMA (100) indique le modèle ADIDA – SMA avec un niveau d'agrégation  $n = 100$ .

#### 3.1.2 ADIDA – EMA

Le second modèle de conversion est l'implémentation du modèle ADIDA avec comme poids pour la désagrégation la moyenne mobile exponentielle (EMA). Nous avons voulu modéliser un client hypothétique, qui les jours suivant une livraison, consomme le produit proportionnellement à la quantité de produits qu'il possède. Le modèle EMA possède un seul paramètre : le niveau d'agrégation et de désagrégation  $n$ . Les  $n$  poids pour le modèle EMA sont déterminés par l'équation (5)

$$w = \frac{\alpha (\alpha - 1)^{(1-i)}}{\sum_i \alpha (\alpha - 1)^{(1-i)}} \quad (5)$$

où  $n$  est le niveau d'agrégation et de désagrégation,  $\alpha = 2/n + 1$  et  $i \in [1, \dots, n]$ .

Cette équation assure que la somme des poids donne 1 pour toute valeur de  $n$  et possède une dérivée qui approxime la fonction exponentielle.

Une critique qu'on pourrait porter contre le modèle EMA est notre hypothèse sur la consommation de produit de manière exponentielle décroissante. Un modèle plus général serait de laisser la valeur des  $n$  poids comme variable d'optimisation. Or, cette procédure est beaucoup plus complexe puisque le nombre de paramètres à optimiser croît maintenant d'un facteur  $n$  factorielle ! De plus, la valeur possible du poids est bornée dans l'intervalle  $[0, 1]$  ce qui rend le problème non solvable avec une méthode d'optimisation naïve.

### 3.1.3 Croston

Le troisième modèle de conversion est la méthode de Croston. L'implémentation de l'algorithme de Croston est celle de [Kourentzes, Nikolaos et Petropoulos, 2016]. L'approximation de Syntetos-Boylan (SBA) [Syntetos et Boylan, 2005] est utilisée. Les paramètres de lissage et les valeurs initiales pour la demande et l'intervalle sont optimisés suivant la procédure de [Kourentzes, Nikolaos, 2014] pour chaque application du modèle.

À la suite de l'application de la méthode de Croston, nous avons ajusté la série temporelle résultante pour maintenir l'égalité avec la quantité de la série initiale. L'application de la méthode de Croston pouvait produire une série dont la somme était inférieure à la somme de la série initiale. Ainsi, la somme des livraisons était supérieure à la somme de la consommation sur le même intervalle de temps. Pour corriger cela, nous avons normalisé la série calculée par le ratio de la somme de la série initiale sur la somme de la série convertie avec Croston.

### 3.2 Évaluation des prédictions

L'évaluation entre la série de consommation réelle et la série de la consommation calculée par les modèles de conversion utilise la *Root Mean Squared Error* (RMSE). La formule (6) montre l'équation du RMSE où  $A$  est la série et  $F$  la prédiction. Dans notre contexte, la prédiction  $F$  est la série calculée.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_i - F_i)^2}{n}} \quad (6)$$

Le choix de la métrique d'évaluation des prédictions a été guidé par l'expérimentation. En effet, dans le contexte des données intermittentes, les métriques d'évaluation ne sont pas optimales [Kolassa, 2016]. Nous avons trouvé que la norme L2 (mesure augmente avec le carré de l'erreur) performait mieux que la norme L1 (mesure augmente avec la valeur absolue de l'erreur) lors de la procédure d'optimisation des paramètres pour nos modèles choisis. Lorsque les séries de consommation sont intermittentes et donc qu'il y a une grande quantité d'observation quasi nulle, l'optimisation avec une norme L1 va préférer un modèle qui prédit bien les valeurs faibles au détriment des valeurs de consommation. Du point de vue logistique, ce modèle est trop naïf pour apporter une valeur lors de la prise de décision puisqu'il ne permet pas d'identifier les périodes à consommation élevée. À l'opposé, la norme L2 va venir pénaliser plus fortement les modèles qui ne prédisent pas les pics et avait tendance à mieux conserver la forme de la série réelle. Nous présentons dans la section 4.4.2 un exemple de ce phénomène.

D'autres possibilités pour l'évaluation des prédictions selon la similarité de la forme seraient l'utilisation de métrique comme le *Dynamic Time Warping* (DTW) [Wang et al., 2013]. Or, le DTW est mieux adapté dans le contexte où le temps précis d'une transaction n'est pas critique [Haben et al., 2014] et donc dépend du contexte industriel. Nous jugeons que le respect du temps pour la série prédite est important dans un contexte de gestion de la chaîne logistique et donc avons décidé d'utiliser une norme L2 standard en série temporelle : le RMSE.

## 4 CAS D'ETUDE

### 4.1 Contexte

Le cas d'étude que nous présentons est d'un fournisseur de matière première opérant sur le territoire américain. Ses produits sont utilisés par plusieurs milliers de clients dans des industries variées, notamment le domaine médical, agroalimentaire et la production industrielle.

Utilisant les trois critères de caractérisation de la chaîne logistique proposés par [Syntetos et al., 2016], nous ressortons les caractéristiques principales de la chaîne logistique de notre partenaire industriel. Ainsi, nous serons en mesure de généraliser à d'autres industries les résultats de notre recherche obtenus. En matière de longueur, le fournisseur opère une chaîne logistique très courte. La chaîne ne contient que 2 niveaux (le fournisseur et ses clients). En matière de profondeur, la chaîne logistique est profonde et le niveau de granularité est très élevée. Les modèles de prévisions et de gestion de la chaîne logistique sont effectués à l'échelle de chaque client et de chaque produit. Au niveau de la temporalité, la chaîne logistique est complexe. Les séries temporelles ont des fréquences et des historiques différents (la télémessure et la demande).

Le fournisseur opère en partenariat avec chacun de ses clients un système d'approvisionnement *Vendor Managed Inventory*. Il gère unilatéralement la quantité de stocks à l'emplacement du client. Il s'assure que le niveau de stock ne descend pas sous un seuil défini préalablement avec le client. Aucune rupture de stock n'est permise. Sur l'emplacement du client, le fournisseur installe des réservoirs spéciaux pour l'entreposage du produit. Les spécifications (capacité, nombre, etc.) des réservoirs sont décidées par le fournisseur selon le besoin du client. En somme, le fournisseur mesure le niveau de stock du client, détermine une livraison optimale, livre les stocks, remplit les réserves et le client se sert à même ses réserves pour ses opérations.

L'intérêt pour notre étude est le fait que certains de ces réservoirs possèdent des capteurs intelligents qui mesurent quasi périodiquement la quantité de stock dans les réserves. À partir de ces données de télémessure, le fournisseur effectue des prévisions à court terme pour prévoir la consommation de produit chez ses clients existants. Ainsi, le fournisseur peut connaître lorsqu'un client s'approche d'une rupture de stock et optimiser ses trajets par conséquent. Le fournisseur est intéressé à déterminer une modélisation entre les livraisons effectuées chez le client et le profil de consommation de ce client. Un modèle général établi, il serait possible de déterminer la consommation chez un client qui n'a pas les installations de télémessure. Cette consommation inférée pourra ensuite être utilisée pour optimiser le modèle d'approvisionnement.

## 4.2 Données

Les données disponibles pour notre étude de cas sont les séries journalières de la demande et de la consommation pour 1211 clients. Les observations sont prises entre les années 2015 et 2017. Les clients qui ont été retenus pour ce cas d'étude possèdent au minimum 1 année continue (365 jours) d'observation de la consommation et de la demande.

Il est possible que les séries initiales de la demande et la consommation d'un client n'aient pas la même longueur. Avant l'application des modèles de conversion, nous nous assurons de rapporter ces deux séries sur le même intervalle de temps.

### 4.2.1 Séries de la demande

Les séries de la demande sont les séries journalières des livraisons effectuées chez un client. En moyenne, les séries de la demande ont 876 journées d'observation. Les statistiques descriptives présentées au tableau 1 montrent la moyenne et l'écart-type du résumé en 5 chiffres appliqué sur la décomposition de Croston [Petropoulos et al., 2016] de la série de la demande de chaque client.

**Tableau 1. Statistiques descriptives des séries de la demande**

	Demande (unités)		Intervalle inter-demande (jours)		Demande par période (unités/jours)	
	Moy.	É.-T.	Moy.	É.-T.	Moy.	É.-T.
Min	40.85	23.31	9.40	19.92	2.85	3.21
25%ile	75.89	33.73	17.67	24.50	8.97	14.11
Médiane	93.11	40.01	23.10	28.77	13.28	21.76
75%ile	109.63	46.87	29.08	33.05	20.26	33.01
Max	166.80	110.53	48.64	46.26	75.38	106.84

Au tableau 2, nous présentons la catégorisation intermittente des séries de la demande selon le schéma de [Petropoulos et Kourntzes, 2015] (PK). L'algorithme utilisé pour la classification est la variation approximative qui accélère le calcul. La classification PK détermine la fonction statistiquement optimale pour la prévision des séries en fonction de la variabilité de la demande et de l'intervalle interdemande. Le grand nombre de séries classifiées SBA et Croston indique que la totalité des séries sont intermittentes.

**Tableau 2. Catégorisation intermittente des séries de la demande**

	Séries
Croston	8
SBA	1203
SES	0

### 4.2.2 Séries de la consommation réelle

Les séries de la consommation réelle sont les séries temporelles de l'utilisation de produit observé chez le client sur l'échelle temporelle voulue. Dans notre cas d'application, nous avons étudié les séries journalières pour la consommation.

En moyenne, les séries de la consommation réelle ont 907 journées d'observation. Les statistiques descriptives présentées au tableau 3 montrent la moyenne et l'écart-type du résumé en 5

chiffres appliqué sur la décomposition de Croston de la série de consommation réelle de chaque client.

On remarque que l'intervalle interdemande est unitaire pour toutes les observations puisque la série n'est pas intermittente à l'opposé de la série de la demande. Il y a utilisation de produit tous les jours. D'une part, nous pouvons imaginer plusieurs processus industriels qui doit constamment utiliser une matière première. D'autre part, étant donnée la nature dégradable de la matière première, il y a au minimum une petite quantité de produits qui est consommée pour quelconque intervalle de temps.

**Tableau 3. Statistiques descriptives des séries de la consommation réelle**

	Quantité consommée (unités)		Intervalle inter-demande (jours)		Demande par période (unités/jours)	
	Moy.	É.-T.	Moy.	É.-T.	Moy.	É.-T.
Min	2.35	6.56	1	0	2.35	6.56
25%ile	8.47	20.33	1	0	8.47	20.33
Médiane	12.14	25.98	1	0	12.14	25.98
75%ile	16.71	33.74	1	0	16.71	33.74
Max	92.66	185.72	1	0	92.66	185.72

Au tableau 4, nous présentons la catégorisation intermittente des séries de la consommation réelle selon le schéma PK. L'algorithme utilisé pour la classification est la variation approximative qui accélère le calcul. La classification PK détermine la fonction statistiquement optimale pour la prévision des séries selon fonction de la variabilité de la demande et l'intervalle interdemande. Contrairement aux séries de la demande, ici la majorité des séries sont classifiées SES, c'est-à-dire non intermittentes. Les séries classifiées Croston et SBA sont dues uniquement à la présence d'une grande variabilité des valeurs de la série étant donné que l'intervalle interdemande est unitaire.

**Tableau 4. Catégorisation intermittente des séries de la consommation réelle**

	Séries
Croston	110
SBA	247
SES	854

## 4.3 Application des modèles de conversion

L'application de la méthodologie est effectuée sur les 1211 clients. Pour l'optimisation des modèles ADIDA, nous appliquons les modèles sur l'intervalle  $n \in [1, \dots, 214]$ . Le niveau d'agrégation maximal est choisi puisque c'est la moitié de la plus courte série de la demande chez nos clients soit 428/2. Un niveau d'agrégation plus élevé appliqué sur tous les clients aurait produit des séries calculées de longueurs inférieures à 1 année chose que nous voulions éviter dans notre analyse. Des valeurs fixes du niveau d'agrégation sont aussi possibles, par exemple 182 (6 mois), pour diminuer le temps de calcul tout en assurant d'avoir des séries de longueurs d'au moins 1 année.

Le tableau 5 indique le nombre de fois qu'un modèle est optimal pour nos clients. La quasi-totalité des clients a pour modèle optimal le modèle ADIDA – SMA.

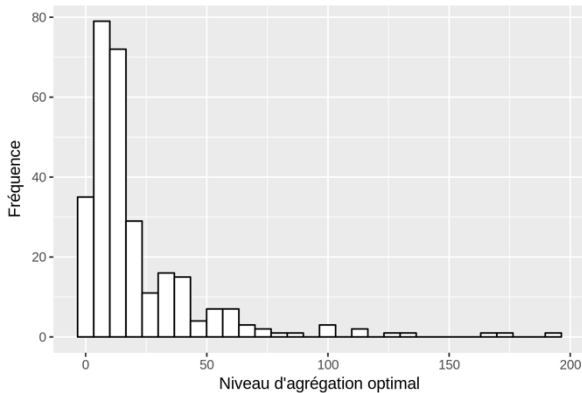
Le formalisme ADIDA est effectivement une amélioration de la méthode de Croston comme [Nikolopoulos et al., 2011] l'ont affirmé dans leur présentation du modèle. Or, nous notons que le modèle ADIDA est optimisé pour minimiser l'erreur selon le niveau d'agrégation contrairement au modèle Croston.

La consommation à décroissance exponentielle n'est pas représentative pour la vaste majorité des profils de consommation des clients. La consommation est donc relativement stable sur un certain intervalle de temps représenté par le niveau d'agrégation.

**Tableau 5. Dénombrement des modèles de conversion optimaux**

EMA	SMA	Croston
53	1104	54

Approfondissant notre analyse du modèle ADIDA – SMA, la figure 1 montre un histogramme du niveau d'agrégation optimal pour les 1104 modèles SMA. On remarque que les niveaux d'agrégation faible sont nettement plus représentés indiquant que les modèles meilleurs modèles modélisent des variations de hautes fréquences dans la série de la consommation calculée.



**Figure 1. Niveau d'agrégation optimal des modèles SMA**

Le tableau 6 montre le sommaire des écarts en pourcentage entre le modèle Croston relativement au modèle optimal pour chaque client. Ainsi, pour la moitié des clients le modèle de Croston n'est qu'à 6.39 % relativement au modèle optimal. Le minimum de 0 % arrive lorsque le modèle de Croston est l'optimal. Ce qui est arrivé 54 fois. Ainsi, on peut conclure que le modèle de Croston est performant pour la prévision surtout lorsqu'on considère que le modèle de Croston n'est pas optimisé sur la série de la consommation réelle.

**Tableau 6. Sommaire des écarts relatifs en pourcentage entre le modèle de Croston et l'optimal**

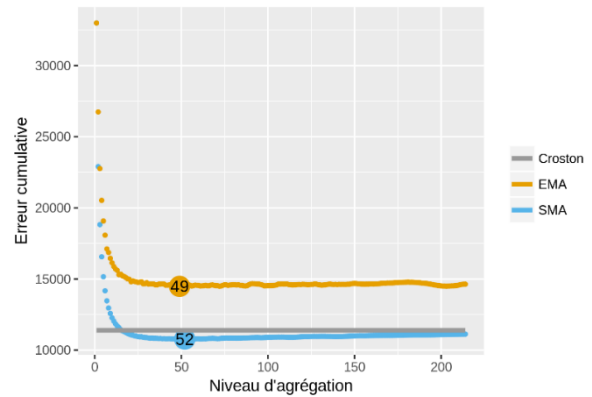
Min	Q1	Médiane	Moyenne	Q3	Max
0	2.05	6.39	14.97	16.89	322.26

De manière visuelle, nous démontrons à la figure 2 l'évolution des erreurs cumulées de chaque modèle en fonction du niveau d'agrégation. C'est-à-dire, nous avons sommé les erreurs obtenues pour chaque modèle pour chaque client à chaque niveau d'agrégation.

Sur la figure 2, nous représentons la somme des erreurs produites par les modèles SMA, EMA et Croston en fonction du niveau

d'agrégation. Évidemment, l'erreur de Croston ne varie pas en fonction du niveau d'agrégation puisque le modèle ne prend pas comme paramètre le niveau d'agrégation. Pour indiquer ce fait, nous avons tracé l'erreur de Croston avec un trait horizontal. Le niveau d'agrégation optimal pour les modèles EMA et SMA est identifié sur la figure dans le cercle associé à sa série respective.

On remarque que l'écart entre le modèle optimal SMA et le modèle de Croston est de 14 % (relatif à SMA) tout comme au tableau 6. De plus, on voit que l'erreur atteint son plateau très rapidement et que ce plateau est très plat. En effet, la différence entre l'optimum et les autres valeurs du plateau est au maximum 15 % relatif à l'optimal.



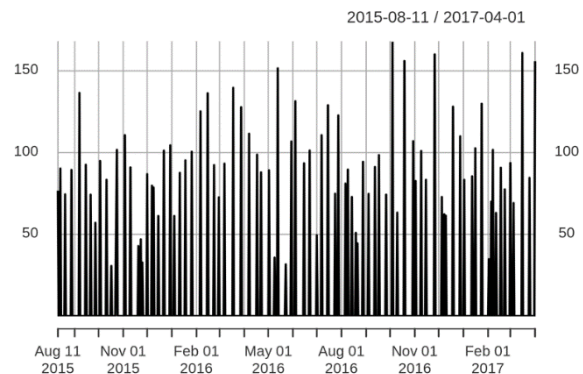
**Figure 2. Erreur cumulative en fonction du niveau d'agrégation**

#### 4.4 Analyse des résultats

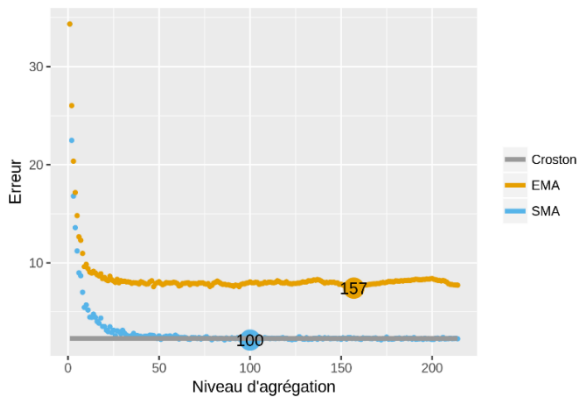
En étudiant les erreurs des clients individuellement, nous avons noté deux types de profils récurrents que nous voulons mettre en évidence dans notre discussion. Ces deux profils montrent la difficulté de créer un seul modèle de consommation pour tous les clients. Les clients possèdent des profils variés d'utilisation de produit et propres à ses besoins. De plus, les paramètres qui influencent les mécanismes de la consommation varient d'un client à l'autre.

##### 4.4.1 Consommation statique

Le modèle de consommation statique est présenté sur les figures 3 à 5. La série de la demande est intermittente.



**Figure 3. Série de la demande pour une consommation statique**

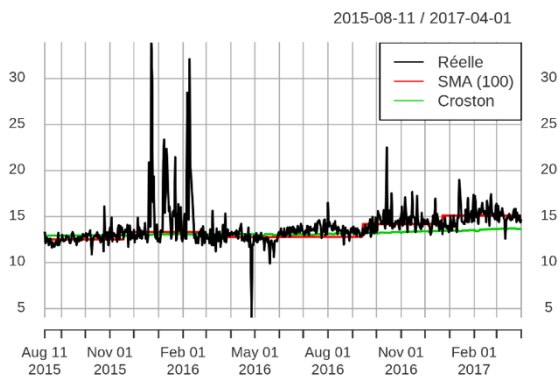


**Figure 4. Erreur en fonction du niveau d'agrégation pour une consommation statique**

L'erreur en fonction du niveau d'agrégation pour une consommation statique montre un comportement similaire à la figure 2. L'erreur atteint un plateau rapidement puis varie très peu en fonction du niveau d'agrégation. Le modèle de conversion optimal pour ce client est le modèle SMA (100). L'écart entre l'optimal et le modèle de Croston est de 7.8 % relatif à l'optimal. Les consommations calculées par ces deux modèles sont présentées à la figure 5 où nous observons aussi la série de la consommation réelle.

On remarque que malgré certaines périodes avec des pics de la consommation, les modèles SMA et Croston retrouvent la tendance globale de la série de la consommation.

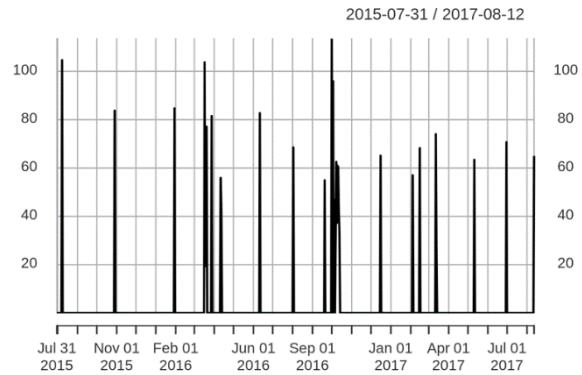
Nous avons décidé de nommer ce profil de consommation *statique* puisque la tendance globale est la partie la plus importante à prédire. Les pics dans la consommation sont peu nombreux. Ceci se voit dans le graphique de l'erreur en fonction du niveau d'agrégation à la figure 4 : l'erreur est minimisée pour les valeurs élevées d'agrégation.



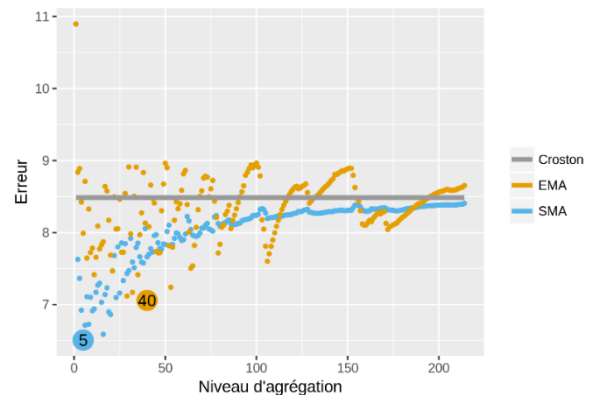
**Figure 5. Série réelle et calculée par le modèle SMA (100) et Croston pour une consommation statique**

#### 4.4.2 Consommation dynamique

Le modèle de consommation dynamique est présenté sur les figures 6-8. La série de la demande est aussi intermittente, mais possède une plus grande variabilité de l'intervalle interdemande en comparaison à la série de la demande de la consommation statique.



**Figure 6. Série de la demande pour une consommation dynamique**



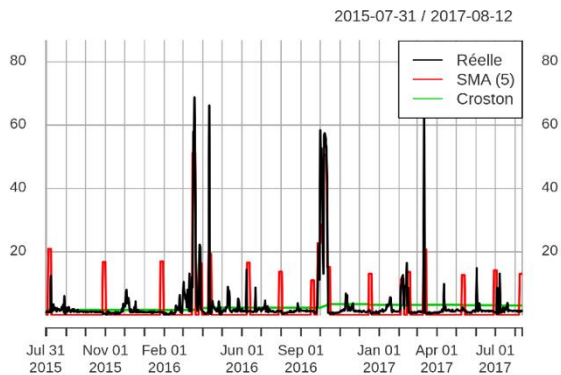
**Figure 7. Erreur en fonction du niveau d'agrégation pour une consommation dynamique**

Contrairement aux figures 2 et 4, l'erreur pour une consommation dynamique atteint son minimum rapidement puis s'empire pour les niveaux d'agrégation plus élevés. De plus, le minimum est très étroit avec très peu de valeurs proches de l'optimal.

Le modèle de conversion optimal pour ce client est le modèle SMA (5). L'écart entre l'optimal et le modèle de Croston est de 30.4 % relatif à l'optimal. Les consommations calculées par ces deux modèles sont présentées à la figure 8.

En observant le comportement de la consommation réelle sur la figure 8, nous pouvons justifier notre choix d'une mesure d'erreur ayant une norme L2. En effet, la consommation réelle possède un large coefficient de variabilité et donc, la série est intermittente tout comme sa série de la demande. Si nous utilisons une norme L1 dans le calcul de l'erreur, les modèles ADIDA vont avoir tendance à vouloir minimiser l'erreur sur les périodes où la consommation est très faible. Puisque ceux-ci sont plus nombreux que les périodes où la demande est élevée. Nous notons que la méthode de Croston ne fait pas cette distinction et réduit les larges variations de la série.

Sur la figure 8, on remarque que contrairement à la consommation statique, ce sont les pics de consommation qui sont d'intérêt pour notre modélisation. Ainsi, seul le modèle SMA avec un niveau d'agrégation faible est en mesure de modéliser ce comportement. Plus le niveau d'agrégation est faible, plus les hautes fréquences de la série de la demande sont conservées. C'est donc pour cela que nous avons nommé ce profil de consommation *dynamique*.



**Figure 8. Série réelle et calculée par le modèle SMA (5) et Croston pour une consommation dynamique**

## 5 CONCLUSION

### 5.1 Contributions

Notre but était de comparer les modèles de conversion de données de la demande en donnée de la consommation dans une chaîne logistique dans un contexte de manque d'information dans la collaboration de la chaîne logistique.

Nous avons proposé une méthodologie comparative de trois modèles employer couramment dans la prévision, le lissage et la conversion : ADIDA – SMA, ADIDA – EMA et Croston. Nous avons implémenté à partir de ces trois méthodes des modèles de conversion de série de la demande en série de la consommation. Notre méthodologie a été appliquée sur les clients d'un fournisseur de matière première.

Nous avons observé que le modèle ADIDA est le plus performant pour la quasi-totalité de nos clients. Le formalisme ADIDA permet l'optimisation et donc peut déterminer le niveau d'agrégation optimal pour la conversion. Nous observons que la majorité des niveaux d'agrégation optimaux est de 60 et moins. Pour le modèle des erreurs cumulées, le niveau d'agrégation optimal est de 52.

En revanche, nous notons que le modèle de Croston qui n'est pas optimisé ne performe en moyenne que 15 % moins bien relativement au modèle optimal. Nous jugeons que l'application du modèle de Croston dans le contexte où l'information est manquante est une bonne approximation du modèle optimal.

Les deux profils que nous avons montrés *dynamique* et *statique* sont un exemple des enjeux des modèles de conversion. Dans le cas statique, les modèles de Croston et ADIDA – SMA retrouve la forme de la série de la consommation puisque celle-ci est lisse et stable dans le temps. Alors que dans la situation d'une consommation dynamique, seule le modèle ADIDA est en mesure de modéliser les pics de consommation dans la série.

### 5.2 Limites

Notre méthodologie s'est limitée à des modèles simples et bien établis dans la littérature : ADIDA et Croston. De plus, notre cas d'étude est pour un fournisseur de matière première, dont la nature périssable de ces produits permettait d'obtenir des séries de consommation sans observations nulles et, de manière générale, non intermittentes.

## 5.3 Perspectives

Dans notre article, nous avons présenté et comparé ces modèles entre eux en termes de minimisation d'erreur. Il visait à mettre en place une méthodologie pour la comparaison de ces méthodes sur un grand cas d'étude ayant accès aux données de la demande et aux données de la consommation. Quoique nous ayons essayé de décrire la chaîne logistique en fonction de ces caractéristiques principales, il est toujours intéressant de voir comment ces modèles performant dans d'autres contextes industriels.

De plus, dans l'introduction nous avons exprimé notre désir d'utiliser la modélisation de la consommation dans l'application de modèle de prévision de la demande. Ainsi, pour les éviter de travailler avec des séries de la demande intermittente, nous pourrions utiliser les séries de la consommation calculée. Nous voyons ceci comme étant la prochaine étape majeure de cet axe de recherche.

## 6 REMERCIEMENTS

Les auteurs expriment leur reconnaissance au partenaire industriel pour sa collaboration au projet et la fourniture des données. Les auteurs remercient aussi le Conseil de Recherche en Sciences Naturelle et en Génie du Canada (CRSNG) pour le financement sous le projet RDCPJ 492021-15 et tout autre support pour cette recherche.

## 7 REFERENCES

- Babai, M. Z., Ali, M. M., & Nikolopoulos, K., (2012). Impact of temporal aggregation on stock control performance of intermittent demand estimators: Empirical analysis. *Omega*, 40(6), pp. 713-721.
- Bartezzaghi, E., Verganti, R., & Zotteri, G., (1999). A simulation framework for forecasting uncertain lumpy demand. *International Journal of Production Economics*, 59(1-3), pp. 499-510.
- Croston, J. D., (1972). Forecasting and Stock Control for Intermittent Demands. *Operational Research Quarterly (1970-1977)*, 23(3), pp. 289-303.
- Ducharme, C., Agard, B., & Trépanier, M. (2017). Analyse de données temporelles de livraison pour la modélisation de la consommation de produits Communication présentée à 12ème Congrès International de Génie Industriel – GIGI 2017, Compiègne, France.
- Haben, S., Ward, J., Vukadinovic Greetham, D., Singleton, C., & Grindrod, P., (2014). A new error measure for forecasts of household-level, high resolution electrical energy consumption. *International Journal of Forecasting*, 30(2), pp. 246-256.
- Kolassa, S., (2016). Evaluating predictive count data distributions in retail sales forecasting. *International Journal of Forecasting*, 32(3), pp. 788-803.
- Kourentzes, N., (2014). On intermittent demand model optimisation and selection. *International Journal of Production Economics*, 156, pp. 180-190.
- Kourentzes, N., & Petropoulos, F. (2016). *tsintermittent : Intermittent Time Series Forecasting R package version 1.9*.
- Mukhopadhyay, S., Solis, A. O., & Gutierrez, R. S., (2012). The Accuracy of Non - traditional versus Traditional



- Methods of Forecasting Lumpy Demand. *Journal of Forecasting*, 31(8), pp. 721-735.
- Murray, P. W., Agard, B., & Barajas, M. A., (2018). ASACT - Data preparation for forecasting: A method to substitute transaction data for unavailable product consumption data. *International Journal of Production Economics*, 203, pp. 264-275.
- Nikolopoulos, K., Syntetos, A. A., Boylan, J. E., Petropoulos, F., & Assimakopoulos, V., (2011). An aggregate-disaggregate intermittent demand approach (ADIDA) to forecasting: an empirical proposition and analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 62(3), pp. 544-554.
- Petropoulos, F., & Kourentzes, N., (2015). Forecast combinations for intermittent demand. *J Oper Res Soc*, 66(6), pp. 914-924.
- Petropoulos, F., Kourentzes, N., & Nikolopoulos, K., (2016). Another look at estimators for intermittent demand. *International Journal of Production Economics*, 181, Part A, pp. 154-161.
- Rexhausen, D., Pibernik, R., & Kaiser, G., (2012). Customer-facing supply chain practices—The impact of demand and distribution management on supply chain success. *Journal of Operations Management*, 30(4), pp. 269-281.
- Rostami - Tabar, B., Babai, M. Z., Syntetos, A., & Ducq, Y., (2013). Demand forecasting by temporal aggregation. *Naval Research Logistics (NRL)*, 60(6), pp. 479-498.
- Shale, E., Boylan, J., & Johnston, F., (2006). Forecasting for intermittent demand: the estimation of an unbiased average. *Journal of the Operational Research Society*, 57(5), pp. 588-592.
- Spithourakis, G. P., Petropoulos, F., Nikolopoulos, K., & Assimakopoulos, V., (2012). A systemic view of the ADIDA framework. *IMA Journal of Management Mathematics*, pp. dps031.
- Syntetos, A. A. (2001). *Forecasting of intermittent demand*. (Brunel University).
- Syntetos, A. A., Babai, Z., Boylan, J. E., Kolassa, S., & Nikolopoulos, K., (2016). Supply chain forecasting: Theory, practice, their gap and the future. *European Journal of Operational Research*, 252(1), pp. 1-26.
- Syntetos, A. A., & Boylan, J. E., (2005). The accuracy of intermittent demand estimates. *International Journal of Forecasting*, 21(2), pp. 303-314.
- Syntetos, A. A., Boylan, J. E., & Croston, J., (2005). On the categorization of demand patterns. *Journal of the Operational Research Society*, 56(5), pp. 495-503.
- Wang, X., Mueen, A., Ding, H., Trajcevski, G., Scheuermann, P., & Keogh, E., (2013). Experimental comparison of representation methods and distance measures for time series data. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 26(2), pp. 275-309.